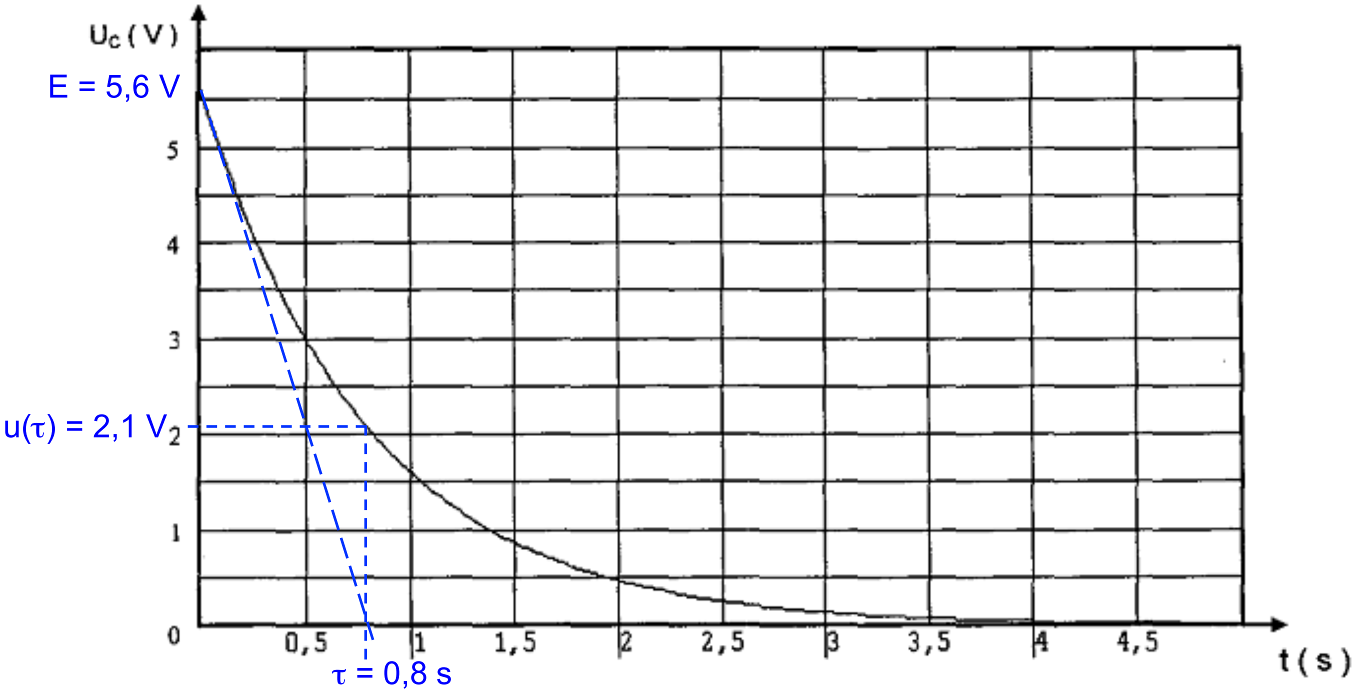
Polynésie Juin – 2007
EXERCICE 2: PHYSIQUE, CHIMIE ET STIMULATEUR CARDIAQUE (7 points)
Correction © Labolycee.org

1 - Exploitation de la courbe



1-a – Le condensateur est préalablement chargé, donc $u_C(0) = E$. Graphiquement la valeur de la tension E est : **E = 5,6 V**.

1-b – Pour $t = \tau$, la tension aux bornes du condensateur est égale à 37 % de sa valeur initiale :

$u_c(t = \tau) = 0,37 \times E$

$u_C (t = \tau) = 0,37 \times 5,6 = \mathbf{2,1\ V}$

On trace la droite $\mathbf{u_c(t=\tau) = 2,1\ V}$ qui coupe le graphe $u_C(t)$ en un point d'abscisse égale à τ.
Graphiquement : $\mathbf{\tau = 0,8\ s}$.

Remarque : on peut aussi utiliser la tangente à l'origine du graphe qui coupe l'axe des abscisses en $t = \tau$. (méthode moins précise).

2 - Détermination de R

2.a. $i(t) = \frac{dq}{dt}(t)$ avec q la charge de l'armature B

D'autre part la loi d'Ohm donne : $u_R(t) = R \,.\, i(t)$

2.b. D'après la loi des mailles: $u_C(t) + u_R(t) = 0$ **(1)**

Or: $i(t) = \frac{dq}{dt}(t) = C.\frac{du_C}{dt}(t)$ car $q = C.u_C$ et C est constante.

Donc: $u_R(t) = R \,.\, i(t) = R \,.\, C.\frac{du_C}{dt}$

En reportant dans (1) il vient : $u_C(t) = -R \,.\, C.\frac{du_C}{dt}(t)$

$$R \,.\, C.\frac{du_C}{dt}(t) + u_C(t) = 0$$

Finalement, en divisant par R.C, on retrouve bien l'équation différentielle demandée:

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}.u_C = 0$$

2.c. Vérifions que la solution proposée $u_C(t) = A\ \exp(-\frac{t}{\tau})$ vérifie l'équation différentielle précédente. Pour cela exprimons la somme $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C$:

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = -\frac{1}{\tau}.A\ \exp(-\frac{t}{\tau}) + \frac{1}{RC}.\ A.\ \exp(-\frac{t}{\tau})$$

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = A\ \exp(-\frac{t}{\tau})\ .\ \left(-\frac{1}{\tau} + \frac{1}{RC}\right)$$

Or $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = 0$, cela est vrai si $\left(-\frac{1}{\tau} + \frac{1}{RC}\right) = 0$ car pour tout t le terme $A\ \exp(-\frac{t}{\tau})$ n'est jamais nul.

Ainsi, la solution $u_C(t) = A\ \exp(-\frac{t}{\tau})$ est solution si $\boldsymbol{\tau = R.C}$.

D'autre part, condition initiale à t = 0 s, $u_C(0) = E$

$$u_C(0) = A.\exp(0) \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{A = E}.$$

Finalement : $\mathbf{u_C(t) = E\ .\ \exp(-\frac{t}{\tau})}$ **avec** $\boldsymbol{\tau = R.C}$

2.d. On a : $\mathbf{R} = \frac{\tau}{C}$

$$R = \frac{0,8}{0,40 \times 10^{-6}} = \mathbf{2 \times 10^6\ \Omega = 2\ M\Omega}.$$

3 - Les impulsions

L'évolution de u_R en fonction du temps est donnée par : $u_R(t) = 5,6 \exp(-\frac{t}{0,80})$

3.a. On a :

$u_R(t_{impulsion}) = 2,1$ V.

$u_R(t_{impulsion}) = 5,6 \exp(-\frac{t_{impulsion}}{0,80})$

$$2,1 = 5,6 . \exp(-\frac{t_{impulsion}}{0,80})$$

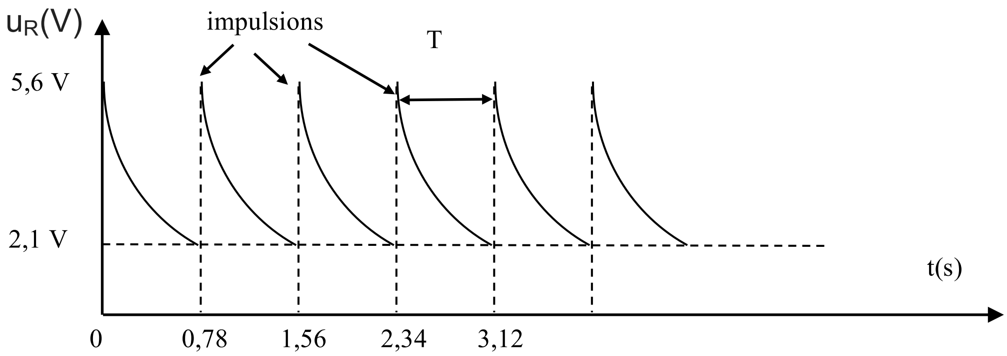
$$\ln\left(\frac{2,1}{5,6}\right) = -\frac{t_{impulsion}}{0,80}$$

$$t_{impulsion} = -0,80.\ln\left(\frac{2,1}{5,6}\right)$$

donc **$t_{impulsion} = 0,78$ s.**

b - Après cette date, l'interrupteur bascule en position 1 et le condensateur se recharge quasiment instantanément.

Allure de $u_R(t)$:



d – La période des impulsions est T = 0,78 s.

La fréquence des impulsions est $f = \frac{1}{T}$

f = 1,3 Hz (impulsions par seconde)

soit 1,3 × 60 = **78 impulsions par minute**.

Cette fréquence cardiaque est bien compatible avec les valeurs habituelles.