

T spé	Devoir surveillé N°2	mercredi 18/10/2023
-------	----------------------	---------------------

Nom et Prénom :

EXERCICE 1 - ÉTUDE D'UNE PILE AU LABORATOIRE (12,5 points)

Chaque année en France, 1,3 milliard de piles sont vendues dans le commerce. Petits réservoirs d'énergie, elles constituent des objets indispensables au quotidien. L'objectif de cet exercice est d'étudier le fonctionnement d'une pile réalisée au laboratoire et de comparer sa capacité électrique à celle d'une pile AA vendue dans le commerce, photographiée ci-contre.



Photographie de piles AA de capacité 2800 mA.h

Données :

- couples oxydants-réducteurs : $(\text{Cu}^{2+}(\text{aq}) / \text{Cu}(\text{s}))$ et $(\text{Al}^{3+}(\text{aq}) / \text{Al}(\text{s}))$;
- charge élémentaire : $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$;
- constante d'Avogadro : $N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$;
- constante de Faraday : $\mathcal{F} = 96\,500 \text{ C}$;
- $1 \text{ mA.h} = 3,60 \text{ C}$.

Pour réaliser la pile étudiée, deux solutions aqueuses sont préparées par dissolution :

- une solution de sulfate d'aluminium $(\text{Al}^{3+}(\text{aq}) ; \text{SO}_4^{2-}(\text{aq}))$, notée S de concentration en soluté apporté $C = C(\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3) = 0,100 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$,
- une solution de sulfate de cuivre $(\text{Cu}^{2+}(\text{aq}) ; \text{SO}_4^{2-}(\text{aq}))$, notée S' de concentration en soluté apporté $C = C(\text{CuSO}_4) = 0,100 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

On peut montrer que dans la solution S', on a $[\text{Cu}^{2+}] = [\text{SO}_4^{2-}] = 0,100 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

Le sulfate d'aluminium est un composé ionique de formule $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3(\text{s})$, disponible sous forme de poudre.

1. Rédiger le protocole expérimental précis à mettre en œuvre pour préparer 50,0 mL de la solution S à partir d'une masse $m = 1,71 \text{ g}$ de sulfate d'aluminium en poudre. 1,5
2. Montrer que les concentrations en quantité de matière en ions aluminium $\text{Al}^{3+}(\text{aq})$ et en ion sulfate $\text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$ dans la solution S sont respectivement : $0,200 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ et $0,300 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. 1,5

La pile est assemblée selon le schéma de la figure 1 représenté ci-dessous :

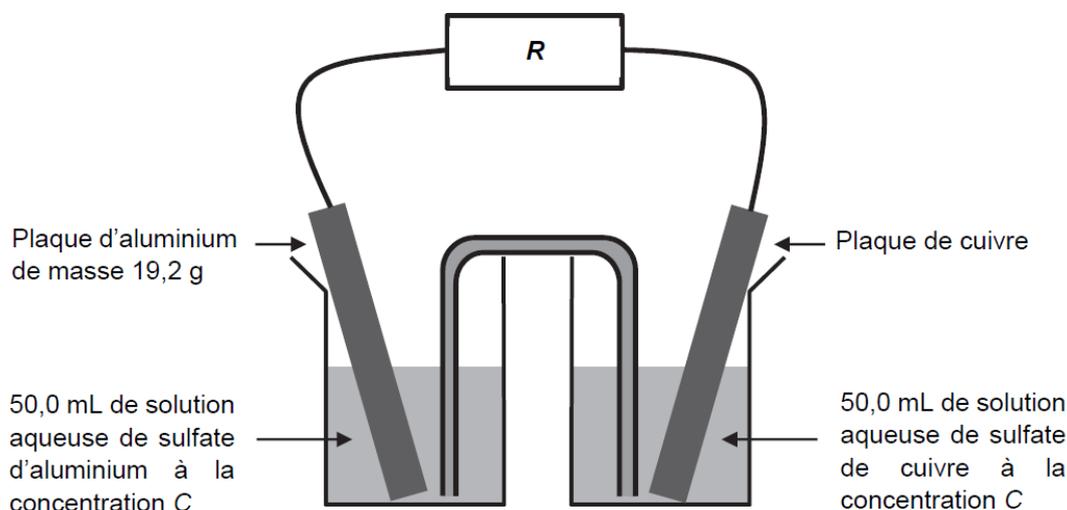


Figure 1. Schéma de la constitution de la pile

Le pôle positif de la pile est la plaque de cuivre.

3. Compléter le schéma en y indiquant la polarité de la pile, le sens du courant électrique et le sens de circulation des porteurs de charge à l'extérieur de la pile lors de son fonctionnement.
4. Établir les demi-équations modélisant les réactions aux électrodes lors du fonctionnement de la pile. En déduire que l'équation de la réaction modélisant le fonctionnement de la pile s'écrit :

$$3 \text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + 2 \text{Al}(\text{s}) \rightleftharpoons 3 \text{Cu}(\text{s}) + 2 \text{Al}^{3+}(\text{aq})$$

1

1,5

La constante d'équilibre K associée à cette réaction a pour valeur $K \approx 10^{200}$, à 25 °C.

5. Montrer que la valeur initiale du quotient de réaction du système vaut $Q_r = 40$. Conclure quant à l'évolution du système.
6. Capacité électrique de la pile.
 - 6.1. Déterminer le réactif limitant.
 - 6.2. Déterminer la capacité électrique Q de la pile du laboratoire, puis la comparer aux piles commerciales de type « AA ».

2

3

2

EXERCICE 2 – ETUDE D'UNE PLUME D'OIE CENDREE EN LABORATOIRE (7,5 points)

Pour identifier l'espèce d'un oiseau, la plume est une des parties du corps de l'animal qu'il est possible d'étudier. Les plumes d'oiseaux sont des objets complexes qui possèdent des structures géométriques périodiques à des échelles différentes, qu'il est possible d'étudier par des méthodes interférométriques.

L'expérience des fentes d'Young permet d'obtenir sur un écran une figure d'interférences constituée d'une succession de franges brillantes et sombres qui se répartissent sur un axe de direction parallèle à la droite joignant les deux fentes.

La figure 1 donne une schématisation d'une expérience des fentes d'Young, de centres F_1 et F_2 , ainsi qu'une photographie de la figure d'interférences obtenue.

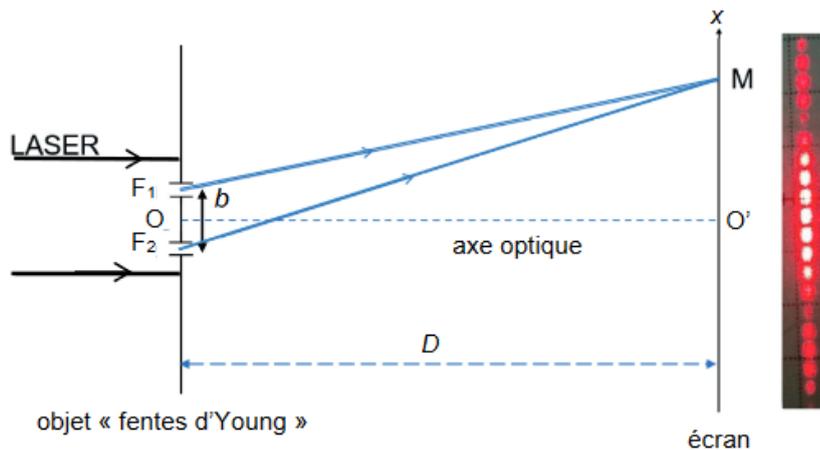


Figure 1. Schéma du dispositif expérimental.

Un faisceau lumineux issu d'un laser de longueur d'onde λ , éclaire un objet plan totalement opaque en dehors de deux fentes, séparées d'une distance notée b . Cet objet est appelé objet « fentes d'Young ».

Le faisceau est constitué d'un ensemble de rayons parallèles, et se propage parallèlement à l'axe optique (OO'), le point O étant à égale distance des points F_1 et F_2 et le point O' étant situé sur l'écran.

Les ondes issues des fentes interfèrent sur l'écran. En un point M de celui-ci, on admet que la différence de chemin optique entre les deux ondes s'écrit $\delta = F_2M - F_1M$ (voir figure 1).

L'écran est situé à une distance D des fentes très grande devant la distance b ($D \gg b$).

Q1. Préciser la condition que doit vérifier la différence de chemin optique δ pour que les ondes issues des fentes interfèrent de manière constructive au point M.

1

Q2. Indiquer en justifiant dans ce cas si la frange au point O' est brillante ou sombre.

1

Sur la figure 2, le point H représente le projeté orthogonal de F_1 sur le segment $[F_2M]$. On admet que la différence de chemin optique δ est égale à la longueur du segment $[F_2H]$.

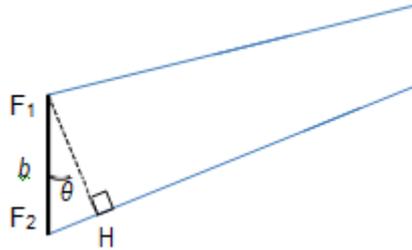


Figure 2. Agrandissement du schéma au niveau des fentes d'Young

On peut montrer que, dans les conditions de l'expérience ($\theta \ll 1$ rad), il est possible d'exprimer la différence de chemin optique par la relation suivante :

$$\delta = b \times \theta$$

On montre, avec une très bonne approximation, que l'angle θ est égal à l'angle dans le triangle rectangle O'OM représenté sur la figure 3. L'abscisse du point M sur l'axe O'x est notée x .

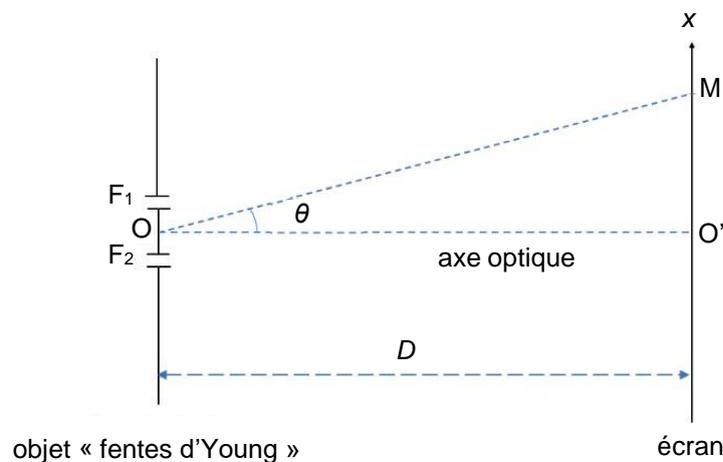


Figure 3. Mise en évidence de l'angle θ dans le triangle O'OM

On peut montrer que la différence de chemin optique δ a pour expression :

$$\delta = \frac{b \times x}{D}$$

Q3. Déterminer l'expression des abscisses x_k des franges brillantes, en fonction de λ , D , b et d'un entier relatif k .

1

Q3. Définir l'interfrange.

1

Q4. Montrer, à partir de la relation obtenue à la question 3, que l'interfrange i est donnée par l'expression littérale suivante :

1

$$i = \frac{\lambda \times D}{b}$$

La figure 4 montre qu'une plume d'oie est composée d'un ensemble de barbes (tiges) fixées sur le rachis (axe principal de la plume d'oie). Les barbes supportent des éléments plus petits et fins, invisibles à l'œil nu, appelés barbules. Les barbes sont régulièrement espacées d'une distance notée b_{barbe} , les barbules sont également régulièrement espacées d'une distance notée b_{barbule} (voir figure 4) et sont dans une direction pratiquement perpendiculaire à celle des barbes. Les barbules sont plus resserrées que les barbes, on a donc $b_{\text{barbule}} < b_{\text{barbe}}$

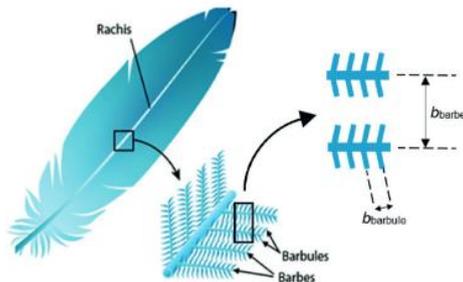


Figure 4. Schéma simplifié d'une plume (d'après <https://askabiologist.asu.edu>)

On réalise la même expérience que celle décrite dans la figure 1 en remplaçant l'objet « fentes d'Young » par une plume d'oie, éclairée avec un laser dont la longueur d'onde est $\lambda = 650 \text{ nm}$. L'écran est placé à une distance $D = 74 \text{ cm}$ de la plume. On obtient alors une figure d'interférences dont la photographie (en négatif) est donnée sur figure A.

L'écran est rapporté à un repère d'origine O' et d'axes $O'x$ et $O'y$ orthogonaux.

Dans un modèle très simplifié, il est possible de montrer que les interférences vérifient les relations :

$$i_1 = \frac{\lambda \times D}{b_{\text{barbe}}} \quad \text{et} \quad i_2 = \frac{\lambda \times D}{b_{\text{barbule}}}$$

Q5. En exploitant la figure A, évaluer précisément la valeur de l'interfrange i_1 .

Q6. En déduire la valeur de l'espacement b_{barbe} .

1,5
1

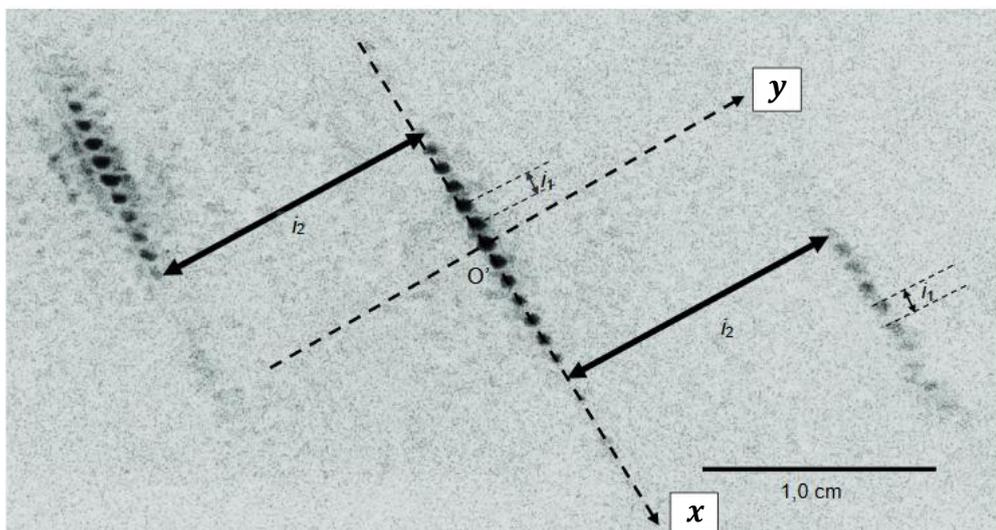


Figure A. Figure d'interférences obtenue avec la plume d'oie

Il s'agit d'une photographie en négatif : les points sombres sur la photographie correspondent à des points brillants dans la réalité.

