CORRECTION

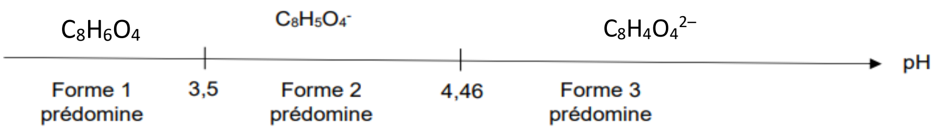
EXERCICE 1 - Synthèse microbienne de la vanilline à partir de déchets de PET (3,5 points)

1. Donner la définition d'un acide selon Bronsted.

   Un acide est une espèce chimique capable de céder un ou plusieurs ions hydrogène H^+.

2. Etablir le diagramme de prédominance des différentes espèces acide-base issues de l'acide téréphtalique.

Les domaines de prédominance de l'acide téréphtalique sont donnés sur le diagramme suivant :



3. Montrer que le choix d'une solution tampon à pH = 5,5 respecte les conditions expérimentales souhaitées.

Pour *pH* = 5,5, la forme 3 prédomine. Il n'y a donc pas d'acide téréphtalique dans le milieu.
Et le *pH* < 7 donc le milieu est encore acide ainsi la transformation n'est pas limitée ce qui aurait pu être le cas si le *pH* était plus élevé.

EXERCICE 2 - Étude d'une solution aqueuse d'acide butyrique (points)

1. Donner l'expression du taux d'avancement final τ de la réaction étudiée en fonction de l'avancement final x_f et de l'avancement maximal x_{max}.

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$$

2. Exprimer l'avancement maximal $x$max en fonction de C et V.

Si l'acide butyrique est totalement consommé (l'eau étant en excès) alors : $n_{AH\ initiale} - x_{max} = 0$ donc $x_{max} = n_{AH\ initiale} = c.V$.

3. Exprimer la valeur de l'avancement final xf en fonction du pH et de V.

$$\left[H_3O^+\right]_f = \frac{n_{H_3O^+}}{V} = \frac{x_f}{V} \qquad soit \qquad x_f = \left[H_3O^+\right]_f \times V = 10^{-pH} \times V$$

4. Calculer le taux d'avancement final τ et justifier que l'acide butyrique est un acide faible.

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{10^{-pH} \times V}{C \times V} = \frac{10^{-pH}}{C} \qquad soit \quad \tau = \frac{10^{-4,5}}{1,0 \times 10^{-4}} = 0,32 = 32\%$$

τ < 100 % donc l'acide butyrique est bien un acide faible.

5. Exprimer la constante d'acidité KA de la réaction en fonction de τ et C.

$$K_A = \frac{\frac{[A^-]_{éq}}{c°} \times \frac{[H_3O^+]_{éq}}{c°}}{\frac{[AH]_{éq}}{c°}} = \frac{1}{c°} \times \frac{[A^-]_{éq}^2}{[AH]_{éq}} = \frac{(C \times \tau)^2}{C \times (1-\tau)} = \frac{C \times \tau^2}{(1-\tau)}$$

6. En déduire la valeur du pK_A de l'acide butyrique.

$$pK_A = -\log K_A = -\log \frac{C \times \tau^2}{(1-\tau)} = 4,8$$

EXERCICE 3 - (points)

1. Déterminer, à partir de la deuxième loi de Newton, les expressions littérales des coordonnées ax et az du vecteur accélération du centre de masse G du skieur.

Système : {skieur}
Référentiel terrestre supposé galiléen

Le champ de pensateur $\vec{g}$ est supposé constant : $\vec{g}\begin{pmatrix} g_x = 0 \\ g_y = -g \end{pmatrix}$

Une seule force s'exerce sur le système :

- le poids du skieur : $\vec{P} = m \times \vec{g}$ soit $\vec{P}\begin{pmatrix} P_x = 0 \\ P_y = -m \times g \end{pmatrix}$

Remarque : Les forces de frottement de l'air sont négligées

Les conditions initiales

$$\overrightarrow{OG}_0\begin{pmatrix} x_0 = 0\ m \\ y_0 = H_0 \end{pmatrix} \quad et \quad \vec{v}_0\begin{pmatrix} v_{0x} = v_0 \times \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \times \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

Application de la 2ème loi de Newton
Le référentiel terrestre est considéré comme galiléen.

Nous pouvons appliquer la 2ème loi de Newton (ou le principe fondamental de la dynamique)

$$\sum \vec{\mathrm{F}}_{\mathrm{ext}} = m \times \vec{a}(t)$$

or $$\sum \vec{\mathrm{F}}_{\mathrm{ext}} = \vec{\mathrm{P}} = m \times \vec{g}$$

donc $$\vec{\mathrm{P}} = m \times \vec{g} = m \times \vec{a}(t)$$

soit $$\boldsymbol{\vec{a}(t) = \vec{g}}$$

$$\vec{a}(t)\left| \begin{matrix} a_x = g_x = 0 \\ a_z = g_z = -g \end{matrix} \right.$$

2. Etablir les expressions des coordonnées vx(t) et vz(t) du vecteur vitesse du centre de masse G et montrer que les équations horaires x(t) et z(t) du centre de masse sont :

On sait que $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$ donc on détermine les primitives des coordonnées de l'accélération, les constantes d'intégration dépendent des conditions initiales sur la vitesse $\overrightarrow{v_0}$

$$\vec{\mathrm{v}}(\mathrm{t})\begin{pmatrix} \mathrm{v_x(t)} = C_1 = \mathrm{v_0} \times \cos(\alpha) \\ \mathrm{v_z(t)} = -g \times t + C_2 = -g \times t + v_0 \times \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

On sait que $\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ donc on détermine les primitives des coordonnées de la vitesse, les constantes d'intégration dépendent des conditions initiales sur la position $\overrightarrow{OG_0}$

$$\overrightarrow{\mathrm{OG}}(\mathrm{t})\begin{pmatrix} \mathrm{x(t)} = \mathrm{v_0} \times \cos(\alpha) \times \mathrm{t} + C_3 = \mathrm{v_0} \times \cos(\alpha) \times \mathrm{t} \\ \mathrm{z(t)} = -\frac{1}{2}\mathrm{g} \times \mathrm{t}^2 + \mathrm{v_0} \times \sin(\alpha) \times \mathrm{t} + \mathrm{C_4} = -\frac{1}{2}\mathrm{g} \times \mathrm{t}^2 + \mathrm{v_0} \times \sin(\alpha) \times \mathrm{t} + \mathrm{H_0} \end{pmatrix}$$

3. Préciser la valeur de vz à la date t_{Hmax}, et en déduire que t_{Hmax} = v0 sin a / g.

A la date t_{Hmax}, v_z est nulle :

$$-g \times t_{Hmax} + v_0 \times \sin(\alpha) = 0$$

$$donc \qquad t_{Hmax} = \frac{v_0 \times \sin{(\alpha)}}{g}$$

4. Préciser si l'on doit augmenter ou diminuer la valeur de l'angle a si l'on souhaite augmenter la valeur de t_{Hmax}.

Entre 0 et 90 °, la fonction sinus est croissante ;

Pour augmenter t_{Hmax} il faut donc augmenter α.

5. Donner une estimation de la durée totale du saut pour une inclinaison de la rampe de 30°.

$$z(t) = -\frac{1}{2} g \times t^2 + v_0 \times \sin(\alpha) \times t + H_0 = 0$$

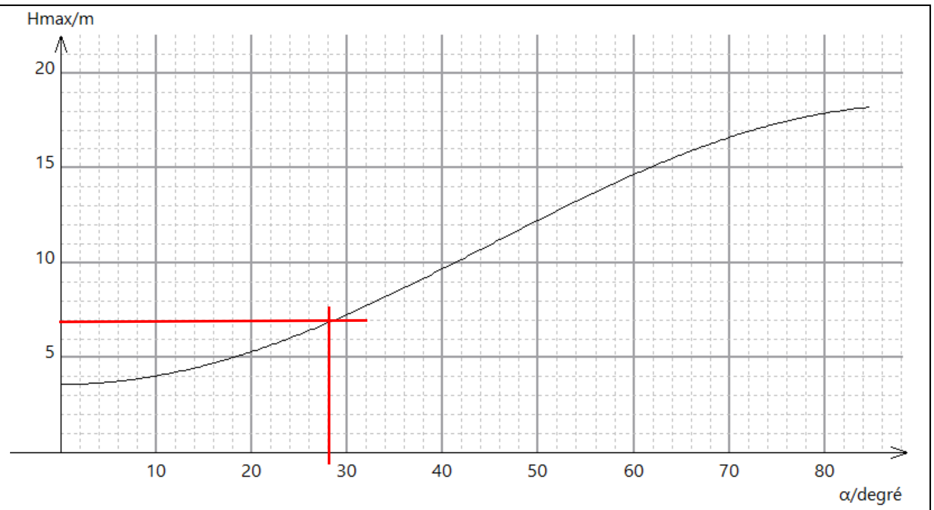
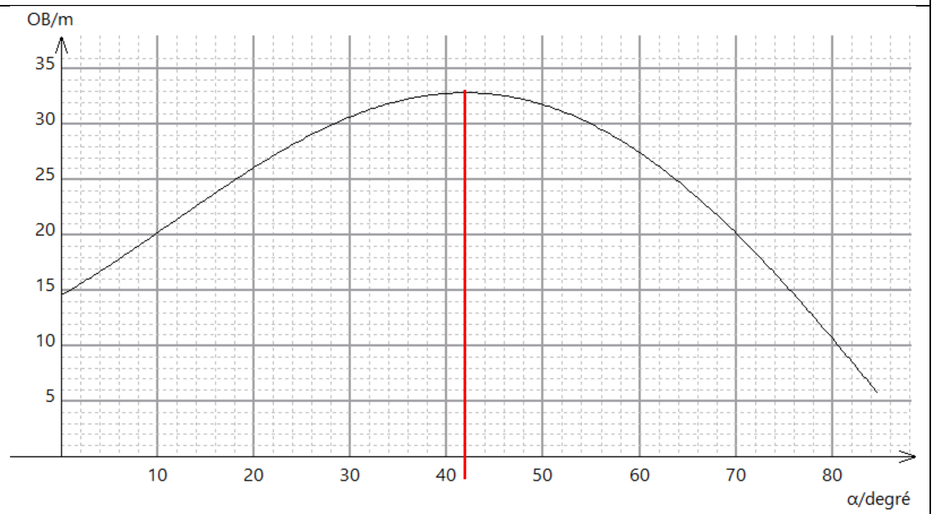
$$-4{,}9\, t^2 + 17 \times \sin(30) \times t + 3{,}6 = 0$$

La résolution de l'équation du second degré nous permet de retenir la racine positive : t = 2,1 s.

Hauteur et portée maximales en fonction de l'angle α.

A partir des équations horaires, et compte tenu des valeurs numériques, on a pu tracer les évolutions de la hauteur maximale H_{max} et de la portée OB en fonction de l'angle α. Les graphiques correspondants sont donnés.

6. Indiquer dans quel intervalle de valeurs doit théoriquement se trouver l'angle α pour continuer d'augmenter simultanément la hauteur et la portée tout en permettant d'envisager un saut d'une hauteur d'au moins 7 m.

Pour un saut d'au moins 7 m, l'angle doit être : α > 28 °	
La portée augmentent pour α < 42 °	

Pour continuer d'augmenter simultanément la hauteur et la portée tout en permettant d'envisager un saut d'une hauteur d'au moins 7 m, il faut que : 28° < α < 42°